

絵巻物に描かれた牛車車輪の輪郭の形状について

— スーパー楕円へのあてはめ精度の向上 —

竹之内 和樹 Kazuki TAKENOUCHI

概要: 絵巻物に描かれた車輪の輪郭の形状の特性値を抽出している。これまで輪郭全周の座標点を基に、予め対称軸と長/短半径を設定した上でスーパー楕円をあてはめて冪指数の最適値 n を推定していたが、これらをまとめて一般化簡約勾配法により求めることで、解析対象を輪郭の一部が欠けて描かれている車輪にも広げた。絵巻物全体において $n = 2.3$ 程度であり、一貫して楕円よりも膨らんだ輪郭が描かれていることが分かった。

キーワード: 造形論／絵巻物／スーパー楕円／冪指数／一般化簡約勾配法

1. はじめに

車輪の描かれ方が話題に上がる平治物語絵巻をみれば、建物は斜投影法的に表現されている^[1] のに対して、牛車の車輪は、牛車の進行方向にかかわらず、長軸を上下方向に置いた楕円のような形に描かれており、斜投影とは異なるようである。牛車の車輪の図表現については、描画形状を楕円と仮定したうえで、多数の絵巻について、投影方向と軸方向、長軸/短軸比などを詳細に測定して整理した系統的調査^[2] がある一方で、輪郭形状自身に着目したものは見当たらないようである。

そこで、車輪輪郭の形状自身に目を向け、簡便に形状パラメータを抽出することを試みている^{[3],[4]}。描画された形状の特性が数量化できれば、形状認識における主要な視点や、描画の原理に言及できる可能性がある。本報では、平治物語絵巻 三条殿焼討巻^[5] を対象にした牛車車輪の形状解析の続きを報告する。

2. 平治物語絵巻と牛車

平治物語絵巻 三条殿焼討[夜討]巻^[5] (縦 41.3cm × 横 699.7cm) を図 1 に示す。古画の模写も多く行った住吉廣行により、1798 年に模写されたものである。

この絵巻には、焼討を行う者に加えて、人員搬送・戦闘車両として A～J の 10 台の牛車が描かれている。図 2 に牛車の形状、名称^[6] を示す。牛車は直方体に近い「屋形」を左右一対の大型の車輪「輪(くるまのわ)」に載せた構成であり、牛をつないで曳かせるための轡が前方に伸びている。牛車の各部寸法には決まりがあり、例えば、屋形の高さと車輪の直径とが同じ大きさである。

3. 全周の車輪輪郭座標値を用いた解析^{[3],[4]}

絵巻中に描かれている牛車の車輪の実形は当然円であり、その描かれた形は円を傾けた楕円であろうかと思っていたが、直線部はないものの、長軸と短軸ではさまれた部分の弧は、楕円よりも外側に膨らんでいるように見える。当時、歪んだ円をどのように捉えて描いたかは今後の調査・考察によるとして、できるだけ少ない特性値で形状の特徴を表すために、車輪の輪郭に次の式 (1) で表されるスーパー楕円

$$|(x - x_0)/a|^n + |(y - y_0)/b|^n = 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

をあてはめることで、楕円からのずれを冪指数 n の値で定量的に表すことを行ってみた。ただし、式 (1) において x, y は車輪輪郭上の点の座標、 x_0, y_0 は輪郭に対する中心位置、 a, b は輪郭の短半径、長半径である。

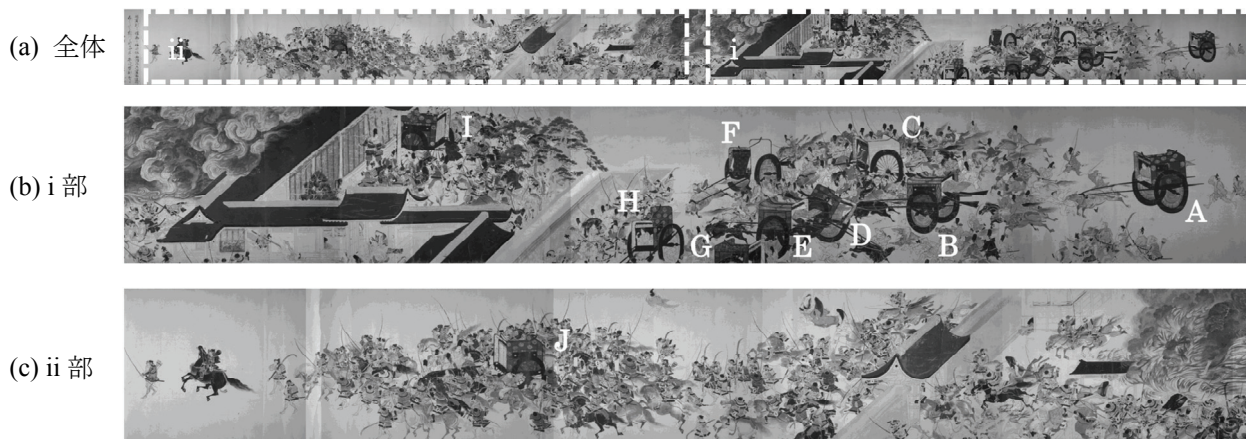


図 1 平治物語絵巻 三条殿焼討巻^[5]

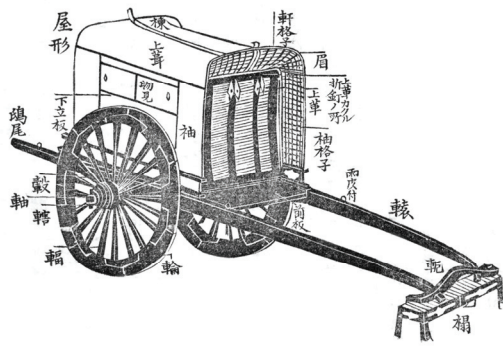


図2 牛車の各部名称^[6]

最初に、式(1)中の n を2から3まで0.2ごとに変化させたスーパー楕円を、図3(a)に示すように車輪に重ねて描いて n の概略値を推定した。感覚的な判断は含むが、 $n=2.2\sim 2.4$ がよく重なるようであった^[3]。

次いで、この n の値を精度よく推定するために、車輪の輪郭座標をもとにした計算により評価を試みた^[4]。

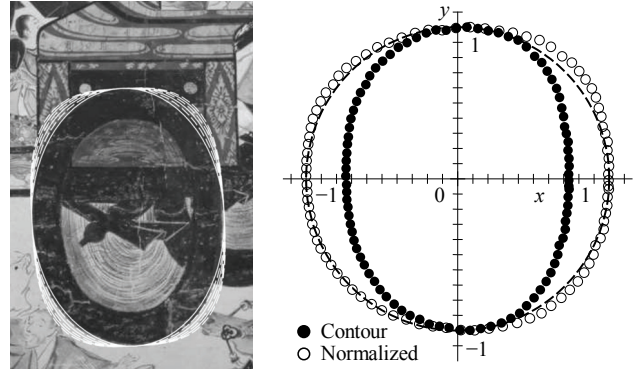
図3(b)は図3(a)の車輪の輪郭上の点の座標を取得し、長半径 b で無次元化してプロット(黒丸)したもので、短軸長、長軸長は、それぞれ取得した輪郭を挟む x 軸、 y 軸に平行な二組の平行線で挟んだ時の幅、すなわちそれぞれの x 座標、 y 座標の最大値と最小値との差として求めた。また、原点は、輪郭座標の算術平均による位置とした。白丸で示したのは、 x 座標、 y 座標をそれぞれ短半径 a 、長半径 b で正規化した形状であり、これと比較するために、半径1の円 $x^2+y^2=1$ を破線で示した。図3(a)において車輪に楕円を重ねて確認している通り、車輪の輪郭は、座標軸 x 、 y で挟まれた位相角位置において破線よりも外側に膨らみ、 $n=2$ の楕円よりも高い次数 n の形状で近似することが適切であることが再確認される。

あてはめに適正な n の値を評価するには、あてはめの良否を判定するための指標が必要になる。これに式(1)からのずれの輪郭全体にわたる平均値を利用することにして、通常使用される残差平方和平均の平方根 Δ_2 に加え、残差平均 Δ_0 、残差絶対値の平均 Δ_1 の3つを用いてみた^[4]。

$$\begin{aligned}\Delta_0 &= \sum \{ |(x-x_0)/a|^n + |(y-y_0)/b|^n - 1 \} / N \\ \Delta_1 &= \sum \left| |(x-x_0)/a|^n + |(y-y_0)/b|^n - 1 \right| / N \\ \Delta_2 &= \sqrt{\sum \{ |(x-x_0)/a|^n + |(y-y_0)/b|^n - 1 \}^2 / N} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 N は輪郭座標の組の数である。

表1は、牛車Bの車輪について複数の n の値に対する式(2)の指標の値を示す。 Δ_0 は零となるときに、 Δ_1 、



(a) n の簡易推定 (b) 楕円からのずれ

図3 車輪輪郭の形状(牛車B)^[4]

表1 n の評価結果と各評価指標の値(牛車B)^[4]

n	2.0	2.212	2.226	2.24
Δ_0	0.03607	0.00000	-0.00224	-0.00447
Δ_1	0.04059	0.02625	0.02607	0.02602
Δ_2	0.05714	0.03448	0.03437	0.03447

Δ_2 についてはそれぞれが最小となるときにあてはめの程度がよい n の値を与えるとして、網掛けを施した。

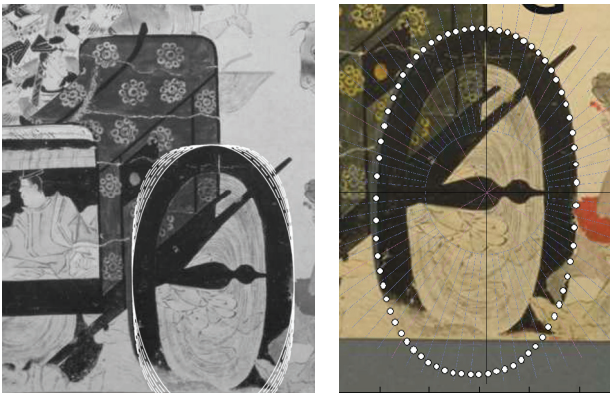
牛車Bでは、あてはめに適正な n の値はどの指標を用いるかによって異なり、 Δ_0 によって最適と評価される値が最も小さく、次が Δ_2 で、 Δ_1 は三者のうちで最も大きな値を好適値として示す。ただし、三者のちらばりは小さく、 n が2を超えていることは明確で、平均して2.2程度であることが知られる。

4. 非線形最適化を用いたスーパー楕円のあてはめ

前報^[4]のスーパー楕円のあてはめでは、スーパー楕円中心や短半径、長半径を求めるのに、車輪輪郭を平行線で挟んだり、輪郭の中心位置を求めるのに輪郭座標の平均値や面積積分により算出した図心を用いたりしていたので、信頼できる n の評価には輪郭全体を十分に近似できるほどの点を必要とした。このため、輪郭の一部を欠いて描かれている車輪、例えば牛車Hについては解析ができず、このことが、絵巻に多数の牛車が描かれているにも拘わらず、限られた少数の牛車についての冪指数しか得られない原因になっていた。このことは、式(1)において、冪指数 n と同様に、輪郭にスーパー楕円をあてはめた結果として決められるべきパラメータである中心位置や長・短半径を、別な方法で予め決定して、その基で冪指数 n を求めていたことになる。なお、車輪の中央付近に描かれている軸(よこがみ)やその端の轡(くさび)の位置をもとに輪郭の中心を求める

表 2 あてはめ結果の比較(牛車 B)

	Generalized reduced gradient method			Previous method		
	Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_0	Δ_1	Δ_2
n	2.22	2.21	2.25	2.21	2.24	2.23
(x_c, y_c)	(401.4, 410.7)	(401.4, 410.7)	(402.4, 410.7)	$(x_0, y_0) = (400, 408)$		
A/B	277.2/371.8	276.7/371.3	276.0/372.1	$a / b = 276/374$		
θ [deg]	2.24	2.23	1.37	1.39		
Δ_0	0.00000	0.00420	-0.00076	0.00000	-0.00447	-0.00224
Δ_1	0.02306	0.02262	0.02363	0.02625	0.02602	0.02607
Δ_2	0.00088	0.00091	0.00076	0.03448	0.03447	0.03437



(a) n の簡易推定 (b) あてはめの結果
図 4 車輪の形状(牛車 H)^[4]

のは難しく、また、これらは必ずしも正しく中央に描かれてはいないようである^[3]。さらに輪と轆とを放射状につなぐ輻(や)を基にしようとしても、図 4 の牛車 H など速く回っている車輪には輻が描かれていないので、利用できない。したがって、車輪の中心と思しき位置に対して対称な位置にある輪郭座標の組が得られないときには、中心の位置が推定できない。

これとは別に、輪郭形状の解析を行うための座標軸の方向は、屋形や建物を基準にするのではなく、描かれた車輪の輪郭に対して適切に設定する必要があることも知られている^[4]。

そこで、あてはめを式 (1) から次の式 (3) に変更し、

$$|X/A|^n + |Y/B|^n = 1 \dots\dots\dots (3)$$

輪郭座標値 (X, Y) には、式 (4) の通り、輪郭の中心位置 (x_c, y_c) に加え軸の傾き角 θ を含めた。

$$\begin{cases} X = (x - x_c)\cos\theta - (y - y_c)\sin\theta \\ Y = (x - x_c)\sin\theta + (y - y_c)\cos\theta \end{cases} \dots\dots\dots (4)$$

あてはめは、式 (3) が線形ではないので、一般化簡約勾配法を利用し、 n 、 (x_c, y_c) 、 A 、 B および θ を変数とした反復収束の結果として、それぞれの値を求め

た。最適化では、式 (2) の 3 つの残差平均値において、式中の残差を式 (1) から式 (3) による値に変え、最適化の目標値を、 Δ_0 については零に、 Δ_1 、 Δ_2 については最小に設定した。なお、車輪輪郭の座標は、車輪を含む部分を 800 ピクセル×800 ピクセルの正方形に切り出し、輪郭座標取得位置の目安の放射線を重ねて PC のディスプレイに表示し、WinAPI の GetCursorPos 関数を用いて、マウスクリックの手作業で画像左下隅を (0, 0) とするピクセル値として取得している^[4]。

先ず、これまでのあてはめとどのような違いがあるかを調べるために、車輪の全周が表れている牛車 B について、前報^[4]の方法によるあてはめとの比較を行った。結果を表 2 に示す。

個別計算の結果推定した対称軸の傾きを含めて、幾何学的特性をたどりながら算出する方法とほぼ同じ値が得られている一方で、残差平均値をみれば、正負をまたいで変化する Δ_0 は最適化の方法に拘わらず零をとるので、算出法による変化を認めにくい。最小化により最適を判定する Δ_1 、 Δ_2 については、変数全体の調整が行われることにより、最適あてはめ時の値が小さくなり、特に Δ_2 において減少が顕著である。このことから、本報の方法により、 n の推定の精度は高くなったものと判断してよいであろう。

面積積分によらないので、輪郭の一部の値が欠けた場合でも、結果に対する影響は直接的ではなくなっている。そこで、次には、輪郭の一部を欠いて描かれているために、これまでは、図 4(a) に示すように、 n の値を変えて描いたスーパー楕円との比較から粗い評価しかできなかった牛車 H についてのあてはめの結果を、図 4(b) に白丸で示す。全周の 1/3 ほどが欠落した輪郭から得られた座標値の組に対して、白丸のあてはめの結果は、座標取得部では描かれている車輪の輪郭によく沿い、欠落部のあてはめも含めた全体の形状に違和感を生じていないことから、輪郭形状のパラメータ抽出に

表 3 式 (3) の最適化により求めたスーパー楕円の冪指数

(a) 牛車 A (手前: 左車輪)

	Δ_0	Δ_1	Δ_2
n	2.15	2.15	2.18
θ [deg]	1.6	1.6	2.0
A/B	0.770	0.770	0.769

(b) 牛車 A (奥: 右車輪)

	Δ_0	Δ_1	Δ_2
n	2.18	2.18	2.18
θ [deg]	4.96	4.96	4.96
A/B	0.748	0.749	0.748

(c) 牛車 B

	Δ_0	Δ_1	Δ_2
n	2.22	2.21	2.25
θ [deg]	2.2	2.2	1.4
A/B	0.746	0.745	0.742

(d) 牛車 C

	Δ_0	Δ_1	Δ_2
n	2.27	2.26	2.26
θ [deg]	-3.3	-3.3	-3.2
A/B	0.792	0.792	0.798

(e) 牛車 D (手前: 右車輪)

	Δ_0	Δ_1	Δ_2
n	2.13	2.13	2.13
θ [deg]	-26.3	-26.3	-25.9
A/B	0.763	0.763	0.765

(f) 牛車 D (奥: 左車輪)

	Δ_0	Δ_1	Δ_2
n	2.22	2.22	2.22
θ [deg]	-27.8	-27.8	-27.8
A/B	0.819	0.819	0.822

(g) 牛車 E

	Δ_0	Δ_1	Δ_2
n	2.38	2.38	2.33
θ [deg]	-1.7	-1.7	-2.1
A/B	0.651	0.651	0.657

(h) 牛車 F

	Δ_0	Δ_1	Δ_2
n	2.21	2.21	2.18
θ [deg]	-0.1	-0.1	0.5
A/B	0.760	0.760	0.761

(i) 牛車 H

	Δ_0	Δ_1	Δ_2
n	2.31	2.31	2.31
θ [deg]	-1.9	-1.9	-1.9
A/B	0.579	0.579	0.579

利用できると判断してよいだろう。

この判断のもとで、これまであてはめを行えなかった牛車 C, D, E, F, H の車輪についてもあてはめを行った。また、屋形の下や前後の端から反対側の車輪が見えるものもある。これらのうち牛車 A の右車輪と D の左車輪について、車輪の輪郭が見える範囲の座標を取得して解析に加えてみた。これらの結果を表 3 に示す。

n の値は、牛車ごとに異なり 2.15 から 2.38 まで広がるが、いずれも 2 を超えていることは共通していて、一貫して楕円よりも膨らんだ形に描かれていることが確認できる。 n の値を表 3 に示した 9 つの車輪で平均すると 2.23 であり、ふくらみの程度も定量的に得られた。なお、妥当な収束解を得るには、角度 θ に適切な初期値を設定することが必要であった。

5. まとめ

住吉廣行の模写した平治物語絵巻三条殿焼討図に描かれた牛車車輪の輪郭形状の定量的評価において、スーパー楕円をあてはめる場合の冪指数 n の値を求めた。このとき、あてはめるスーパー楕円の形状パラメータ n に加えて、中心位置、姿勢 (対称軸の傾き)、大きさも同時に最適化するために、一般化簡約勾配法を用いたあてはめ法を採用した。

前報^[4]の方法と比較して、信頼できるあてはめが行われていることを確認した上で、輪郭の一部が欠けている車輪も含めた 9 つの車輪についてあてはめを行った。その結果、どの車輪においても n の値は 2 を超え、一貫して楕円よりも対称軸の中間方向が膨らんだ形状に描かれていることを確認できた。また、解析対象を増やし

て、 n の平均値が約 2.2 であることも知られた。

現在までのところ、車輪の輪郭座標の取得は手作業で行っており、この部分には感覚的判断が含まれている。とくに車輪の厚みを描いた部分の輪郭の抽出が難しく、方法改善の必要があると感じている。

参考文献

- [1] 小山清男, “日本の絵巻における絵画空間”, 図学研究, 66 号 (1994), pp.21-27.
- [2] 田中保, “絵巻物のなかに描かれている牛車 (ぎっしゃ) の表現”, 名古屋大学教養部紀要, 第 28 輯 (1984), pp.25-45.
- [3] 竹之内和樹, 大月彩香, “平治物語絵巻に描かれた車輪形状の幾何学的解析に基づく一考察”, 日本図学会 2012 年度秋季大会学術講演論文集, pp.77-80.
- [4] 竹之内和樹, 大月彩香, “絵巻物に描かれた牛車車輪の輪郭の形状について —スーパー楕円のあてはめによる形状パラメータの抽出—”, 日本図学会 2013 年度秋季大会学術講演論文集, pp.21-26.
- [5] 住吉廣行 (写), 平治物語絵詞 三条殿焼討巻 (1798), 国立国会図書館デジタル資料.
- [6] 関根正直, 宮殿調度図解 (下巻) (1905), p.46.

著者紹介

たけのうち かずき : 九州大学 芸術工学研究院 コンテンツ・クリエイティブデザイン部門, 〒815-8540 福岡市南区塩原 4-9-1, takenouchi.kazuki.477@m.kyushu-u.ac.jp