

音響工学・信号処理

（ 8 枚中 1 枚目 ）

注意：問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか 2 問を選択すること。

なお、解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にすること。

〔必答問題〕

問題 I （40 点）

減衰が弱い 1 自由度の振動系がある。この振動系が自由振動をする場合の振動変位 $x(t)$ は、次式で表されるものとする。

$$x(t) = A \exp\left(-\frac{1}{2}kt\right) \cos(\omega_d t + \phi)$$

ただし、 t は時間、 k は制動係数、 ϕ は初期位相を表す。また、 ω_d は減衰固有角振動数であり、 ω_0 を減衰の無い場合の固有角振動数としたとき、

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{k^2}{4}}$$

で与えられる。また、 Q 値は、 $Q = \omega_0/k$ と定義される。

- (1) 振動変位 $x(t)$ の時間波形を観測し、それより、振動の周期 T_d を読み取る。加えて、ある時間における振動変位 $x_a (\neq 0)$ と、その時間から 1 周期後の振動変位 $x_b (\neq 0)$ の比：

$$r = \frac{x_a}{x_b}$$

も読み取る。 $\log_e r$ は、対数減衰率と呼ばれるものになる。この対数減衰率 $\log_e r$ と T_d 、および減衰の無い場合の固有角振動数 ω_0 を用いると、この振動系の Q を同定することができる。 Q を、 $\log_e r$ と T_d 、および ω_0 を用いて示せ。(8 点)

- (2) k が小さい ($k \ll 1$) とき、 ω_0 、 ω_d 、 Q の間にはある近似関係式が成立する。その関係式を示せ。その際、 $|d| \ll 1$ のとき、 $(1+d)^a \approx 1+ad$ と表されることを用いよ。(8 点)

- (3) 減衰振動をする場合の振動変位の時間波形の観測、振動系の質量とバネ定数の測定、および (2) で示した ω_0 、 ω_d 、 Q の間に成立する近似関係式を用いることによっても、この振動系の Q を同定することができる。その同定の手順と、その際に用いる数式を、なるべく詳細に説明せよ。(8 点)

音響工学・信号処理

（ 8 枚中 2 枚目 ）

注意：問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか 2 問を選択すること。

なお、解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にすること。

〔必答問題〕

問題 I （つづき）(40 点)

減衰が弱い 1 自由度の振動系に、振幅 F 、角振動数 ω の外力を加えた場合を考える。

(4) 定常状態における振動変位の振幅 X は次式で表される。

$$X = \frac{F}{M} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + k^2 \omega^2}}$$

ただし、 M は質量を表す。 $\omega = 0$ の場合、および $\omega = \omega_0$ の場合のそれぞれについて、 X を、 F 、 M 、 ω_0 、 ω 、 Q から必要なものを用いて示せ。また、それより、定常状態における振動変位の振幅において、 Q は何を表しているのかを説明せよ。(8 点)

(5) この振動系に吸収されるパワの時間平均値は次式で表される。

$$\overline{Pw} = \frac{F^2}{2R} \frac{k^2 \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + k^2 \omega^2}$$

ただし、 R は抵抗係数を表す。 $\overline{Pw}$ の周波数特性の観測結果 (ω を変化させた場合の $\overline{Pw}$ の変化のグラフ) より、 $\overline{Pw}$ が最大値となる ω と、最大値の半分となる ω を読み取ることによっても、この振動系の Q を同定することができる。その同定の手順と、その際に用いる数式を、なるべく詳細に説明せよ。(8 点)

注意：問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか 2 問を選択すること。

なお、解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にすること。

〔必答問題〕

問題 II （40 点）

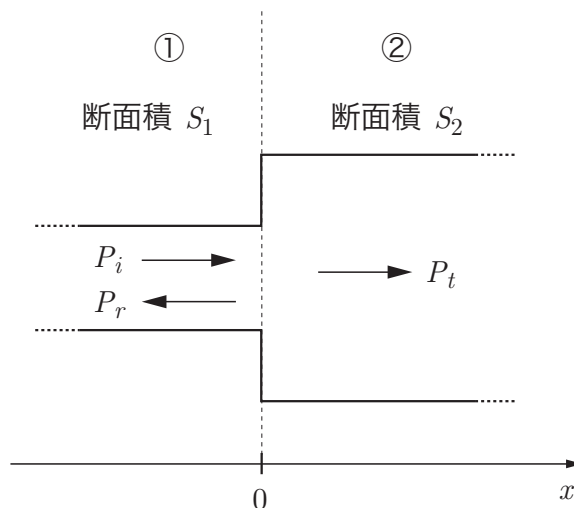
音波に関する以下の問いに答えよ。ここで、 ω は角周波数、 t は時刻を表す変数、 k は波数、 x は x 軸に沿った位置を表す変数である。

- (1) 二つの音源が存在し、ある位置においてそれぞれが単独に音を放射した場合の瞬時音圧が以下で表される。

$$p_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \quad p_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

ここで、 A_1, A_2 は実数の振幅、 φ_1, φ_2 は初期位相である。二つの音源が同時に音を放射した場合、同じ位置で観測される音圧レベルを $A_1, A_2, \varphi_1, \varphi_2$ を用いて表せ。ただし、基準の音圧を P_{ref} とせよ。(10 点)

- (2) 下図に示すように断面積が S_1 から S_2 へと変化している管があり、その中を x 軸の方向に平面波のみが進行している。①の管および②の管はそれぞれ x 軸の負の方向、正の方向に無限に続いており、管端からの反射の影響はないものとする。



それぞれの領域での瞬時音圧 p_1, p_2 は、以下のように表される。

$$\textcircled{1}: p_1(x, t) = (P_i e^{-jkx} + P_r e^{jkx}) e^{j\omega t},$$

$$\textcircled{2}: p_2(x, t) = P_t e^{-jkx} e^{j\omega t},$$

P_i, P_r, P_t は、図中に示すように矢印の方向に進行する音波の振幅（実数）である。

以下の問いに答えよ。

- (2-1) 媒質の固有音響抵抗を Z_0 として、それぞれの領域での体積速度（粒子速度と断面積の積） $U_1(x, t)$, $U_2(x, t)$ を示せ。(10 点)
- (2-2) $x = 0$ において、音圧及び体積速度が連続であるという条件を用いて、 P_i および P_r を P_t と面積比 $m = S_2/S_1$ を用いて表せ。(10 点)
- (2-3) $x = 0$ における断面積変化による音のエネルギー透過率 τ を定義し、断面積変化によるエネルギーの減衰量を正の dB 値として m を用いて表せ。(10 点)

音響工学・信号処理

（ 8 枚中 4 枚目 ）

注意：問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか 2 問を選択すること。

なお、解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にする。

〔必答問題〕

問題 III （40 点）

数列 $x(n)$ の z 変換を $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$ とする。

以下の z 変換対を使用してよい。 $u(n)$ は単位ステップ数列である。

$x(n)$	$X(z)$	収束領域
$u(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}, \frac{z}{z-1}$	$ z > 1$
$-u(-n-1)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}, \frac{z}{z-1}$	$ z < 1$
$a^n u(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}, \frac{z}{z-a}$	$ z > a $
$-a^n u(-n-1)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}, \frac{z}{z-a}$	$ z < a $

- (1) $x_1(n)$ と $x_2(n)$ は各々周期 N_1, N_2 を持つ周期離散時間信号である。周期信号は任意の整数 m について $x_1(n) = x_1(n + mN_1)$ であらわされることを考慮し、和信号 $x_0(n) = x_1(n) + x_2(n)$ の基本周期 N と N_1, N_2 の関係を示せ。

また、離散時間信号の周期信号の和信号は常に周期的であることを証明せよ。(15 点)

- (2) 離散時間システム T は線形時不変システムである。このシステム T に離散時間複素信号 $x_3(n) = r^n$ を入力した場合の出力を $T\{x_3(n)\} = y_3(n)$ とする。ただし r は複素数である。

システム T へ信号 $x_4(n) = x_3(n + n_0)$ を入力した場合の出力は $y_4(n) = r_1 y_3(n)$ となる。ただし n_0 は任意の整数。

r_1 を導出の過程も含めて示せ。(5 点)

- (3) 上問 (2) のシステム T は $T\{x_3(n)\} = y_3(0)r^n$ となることを証明せよ。(10 点)

- (4) 離散時間信号 $x_5(n) = (1/2)^n u(n) + (1/3)^n u(n)$ とする。この $x_5(n)$ の z 変換 $X_5(z)$ を求め、極、零点および収束領域を式で示せ。また零点を $\circ$ 、極を $\times$ 、収束領域を斜線として z 平面上に図示せよ。(10 点)

音響工学・信号処理

（ 8 枚中 5 枚目 ）

注意：問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか 2 問を選択すること。

なお、解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にする。

〔選択問題〕

問題 IV （40 点）

下図に示すような 3 自由度の機械振動系について、以下の問いに答えよ。なお、バネの質量、振動に伴う減衰、縦方向の運動はないものとする。おもりの質量、バネのバネ定数は、下図に示すとおりである。

- (1) 左側のおもりの平衡位置からの変位を x_1 （右向きを正とする）、中央のおもりの平衡位置からの変位を x_2 （右向きを正とする）、右側のおもりの平衡位置からの変位を x_3 （右向きを正とする）として、それぞれの運動方程式を示せ。（8 点）

- (2) この機械振動系に、3 つの基準振動が現れることを想定する。基準振動とは全体が 1 つの振動数で動くものであるから、3 つのおもりの変位で共通の角振動数 ω を用い、 $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \phi)$, $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \phi)$, $x_3 = A_3 \cos(\omega t + \phi)$ とおく。この ω と A_1, A_2, A_3 を求めてみよう。 $A_1 = A_2 = A_3 = 0$ とならない ω を求めるためにはどのようにすればよいだろうか。その手順を説明せよ。（8 点）

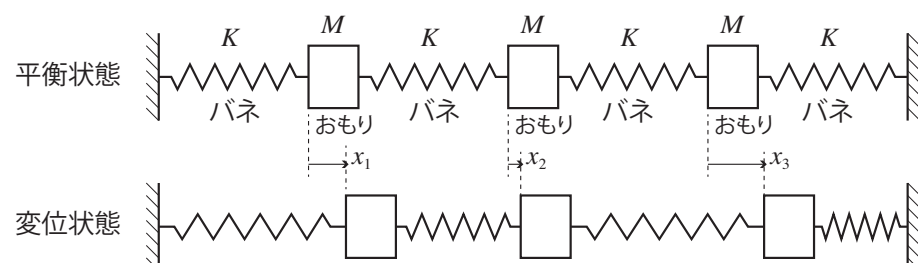
- (3) (2) の手順に従うと、 ω を求めるための方程式が以下で与えられることがわかる。

$$(2K - M\omega^2)^2(2K - M\omega^2) - 2(2K - M\omega^2)K^2 = 0$$

これより、 ω に関する 3 つの解、すなわち、3 つの基準角振動数を求めよ。（8 点）

- (4) (3) で得られた基準角振動数を、小さい順に、 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ とする。基準角振動数が ω_1 のときの A_1, A_2, A_3 の間には、どのような関係式が成り立つか。その関係式を得るための手順を説明せよ。そして、その関係式を示せ。（8 点）

- (5) (4) と同様にして、 ω_2, ω_3 のときの A_1, A_2, A_3 の間に成り立つ関係式も、それぞれ示せ。（8 点）



音響工学・信号処理

（ 8 枚中 6 枚目 ）

注意： 問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか 2 問を選択すること。

なお、解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にする。

〔選択問題〕

問題 V （40 点）

完全に拡散した室内におけるエネルギー密度を E [J/m^3] とする場合、室内のエネルギー減衰に関して以下の式が成立する。

$$V \frac{dE}{dt} = -\frac{Ec}{4} S \bar{\alpha} \quad (\text{a})$$

ここに、 V [m^3] は室の容積、 S [m^2] は表面積、 c [m/s] は音速、 $\bar{\alpha}$ は平均吸音率、 t [s] は時刻を表す変数である。

- (1) 拡散音場の定義を示せ。(6 点)
- (2) 室内の壁面を構成する材料が N 種類であり、それぞれの吸音率が α_n 、面積が S_n [m^2] である場合 ($n = 1, 2, \dots, N$)、平均吸音率 $\bar{\alpha}$ がどのように表されるか示せ。(6 点)
- (3) 音響材料の吸音率に関して、どのような入射条件で得られるものが存在するかを説明せよ。また上式 (a) において用いられるのは、どのような条件下で測定されたものかも示せ。(7 点)
- (4) 上記 (a) 式の左辺は、室内の総エネルギーの時間変化率と解釈できる。同様に、右辺の $Ec/4$ 、 $S\bar{\alpha}$ がどのような量であることを示し、式全体が持つ物理的な意味を示せ。(7 点)
- (5) 上記 (a) 式を解くことで得られるエネルギー密度の時間変化は、 $E(t) = E_0 e^{-t/\tau}$ という形式で得ることができる。ここで E_0 は $t = 0$ におけるエネルギー密度である。ここで、 τ を V 、 S 、 $\bar{\alpha}$ 、 c 、 E_0 の中から必要なものを用いて表し、Sabine の残響公式を導出せよ。(7 点)
- (6) 室内におけるエネルギーの減衰過程において、空気による超過減衰を考慮することがある。その減衰係数を β [$1/\text{m}$] として、音波が x [m] 伝搬する際に音の強さが $e^{-\beta x}$ という割合で減衰するとき、Sabine の残響公式がどのように変形されるかを説明せよ。(7 点)

音響工学・信号処理

（ 8 枚中 7 枚目 ）

注意：問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか 2 問を選択すること。

なお、解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にする。

〔選択問題〕

問題 VI （40 点）

連続時間の信号 $x(t)$ のフーリエ変換 $X(\omega)$ は、下式で与えられる。

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

(1) $x(t)$ のフーリエ変換が $X(\omega)$ であるとき、 $x(-t)$ のフーリエ変換は $X(-\omega)$ であることを示せ。(8 点)

(2) $x(t)$, $y(t)$ のフーリエ変換をそれぞれ $X(\omega)$, $Y(\omega)$ とする。さらに、 $x(t)$ と $y(t)$ の畳み込みを

$$z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(s)y(t-s)ds$$

とすると、 $z(t)$ のフーリエ変換は $Z(\omega) = X(\omega)Y(\omega)$ であることを示せ。(8 点)

(3) $f(t) = e^{-\alpha t}u(t)$ のフーリエ変換は $F(\omega) = \frac{1}{\alpha + j\omega}$ であることを示せ。なお、 $\alpha > 0$ であり、 $u(t)$ は以下のステップ関数である。(8 点)

$$u(t) = \begin{cases} 1 & (t > 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

(4) $g(t) = e^{-\alpha|t|}$ のフーリエ変換 $G(\omega)$ を求めよ。なお、 $\alpha > 0$ である。(8 点)

(5) $H(\omega) = \frac{1}{(1 + j\omega)^2}$ の逆フーリエ変換 $h(t)$ を求めよ。(8 点)

音響工学・信号処理

（ 8 枚中 8 枚目 ）

注意：問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか 2 問を選択すること。

なお、解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にする。

〔選択問題〕

問題 VII (40 点)

以下の問に答えよ。必要であれば、以下の数値を用いなさい。

$$\sqrt{2} = 1.414, \sqrt{3} = 1.732, \sqrt{5} = 2.236, \log_{10} 0.775 = -0.1107$$

- (1) 電圧レベルの表示として、実効値 1[V] を基準とする dBV を用いる場合、-10 dBV であらわされる電圧の実効値 [V] の算出法を説明し、値を求めなさい。(7 点)
- (2) 電圧レベルの表示として、600Ω 電気インピーダンスに印加したとき、1[mW] となる実効値電圧を基準とする dBm がある。dBm を用いる場合、0 dBm となる電圧の実効値 [V] の算出法を説明し、値を求めなさい。(7 点)
- (3) 電圧レベルの表示として、負荷の電気インピーダンスにかかわらず、上問で得られた 0dBm の実効値電圧を基準として電圧を表す dBu がある。dBu を用いる場合、+4 dBu となる電圧の実効値 [V] の算出方法を説明しなさい。(7 点)
- (4) リファレンスレベル -10dBV の機器 A とリファレンスレベル +4dBu の機器 B があるとする。それぞれの機器からリファレンスレベルの信号を出力し、同一の機器 C に同一利得で入力した場合、機器 C から出力される機器 A からの信号と機器 B からの信号間のレベルの差は何 dB となるか、算出方法を説明し、値を計算しなさい。ただし、機器 A, B の出力インピーダンスは、機器 C の入力インピーダンスに比べて十分小さいものとする。また、機器 C の特性は線形とみなせるものとする。(9 点)
- (5) 上問において 機器 A の出力は不平衡、機器 B の出力は平衡であるとする。機器 C の入力端子が平衡である場合、機器 A の出力端子と機器 C の入力端子間をどのような素子や回路を用いて接続すればよい配線回路図を描きなさい。そして、その配線回路図の動作原理を説明しなさい。(10 点)