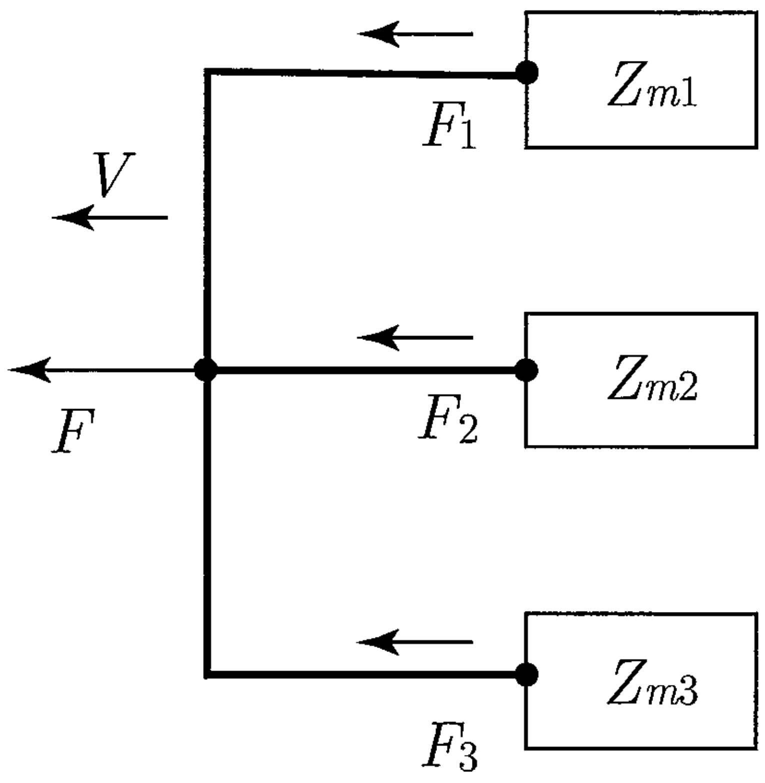
音響工学・信号処理

注意： 問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか 2 問を選択すること。
なお,解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にすること。

〔必答問題〕

問題 I　(40 点)

下図は，3つの機械系の組合せの概念図である。各機械系を力点からみた機械インピーダンスをそれぞれ Z_{m1}, Z_{m2}, Z_{m3} とする。各機械系は，外力 (駆動力) F に対して同一の速度 V で，下図の左右方向にのみ動くように組み合わされている。ここで，F は，$F = F_0 e^{j\omega t}$ であり，ω は，正弦振動の角周波数 [rad/s]，t は，時間 [s]，j は，$j = \sqrt{-1}$ の虚数単位である。
以下の問に答えよ。



(1) Z_{m1}, Z_{m2}, Z_{m3} それぞれの機械系の力点に働く力を F_1, F_2, F_3 とするとき，F_1, F_2, F_3 を Z_{m1}, Z_{m2}, Z_{m3}, V を用いてあらわせ。(6 点)

(2) 組み合わされた機械系全体を動かす力 F を Z_{m1}, Z_{m2}, Z_{m3}, V を用いてあらわせ。
また， 組み合わされた機械系の合成機械インピーダンス Z_m を，Z_{m1}, Z_{m2}, Z_{m3} を用いてあらわせ。(8 点)

(3) 図の機械系の電気的等価回路を描け。その際，機械系の力は，電気系の電圧に対応させよ。回路図内には，F, F_1, F_2, F_3, V, Z_{m1}, Z_{m2}, Z_{m3} を記入せよ。(8 点)

(4) Z_{m1} が質量 M[kg] のおもり，Z_{m2} がコンプライアンス C [m/N] のバネ，Z_{m3} が抵抗 R[N· s/m] の機械抵抗である時，この機械系の機械インピーダンス Z_m を求めよ。(8 点)

(5) 上問の解をもちいて，機械インピーダンスが最小となる駆動力の周波数 f_0 [Hz] を，M, C, R の中から必要なものを用いて求めよ。(10 点)

注意： 問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか2問を選択すること。
なお，解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にすること。

〔必答問題〕

問題 II　(40 点)

音波に関する以下の問いに答えよ。ここで，j は $j=\sqrt{-1}$ の虚数単位，ω は角周波数，t は時刻を表す変数，k は波数，x, y はそれぞれ直交する x, y 軸に沿った位置を表す変数である。また媒質（空気）の質量密度を ρ_0，音速を c と表し，固有音響抵抗の値 $Z_0=\rho_0 c$ は 400 と近似せよ。

(1) 音圧レベルが 60 dB である 1000 Hz で正弦振動する平面波に関して，音圧の振幅および粒子速度の振幅を数値で求めよ。単位も併せて示すこと。(10 点)

(2) 自由空間中に，半径 a の呼吸球が存在し，r を呼吸球の中心からの距離として，周りに速度ポテンシャルが以下で与えられる球面波を放射している。

$$\Phi(r,t)=A\frac{e^{-jkr}}{r}e^{j\omega t}$$

ここに A は実数の振幅である。この呼吸球によって生じている球面波の音圧 $p(r,t)$ および粒子速度 $u(r,t)$ を求め，さらに呼吸球の放射インピーダンスを定式化せよ。(10 点)

(3) 右図に示すように，$x=0$ に剛な境界が存在する音場を考える。ここに，$x<0$ の方向から入射角 φ で平面波が入射し，反射角 φ で鏡面反射している（図には波面と波長 λ を示している）。以下の問いに答えよ。

(3-1) 入射する平面波の複素音圧 p_i は，振幅を A として，

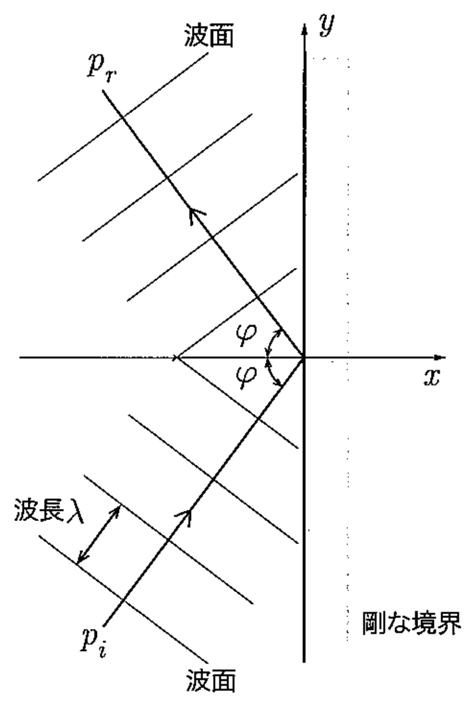
$$p_i(x,y,t)=Ae^{-j(k_x x+k_y y)}e^{j\omega t}$$

と表すことができる。ここで k_x, k_y はそれぞれ x 方向，y 方向の波数である。この表記に倣って，反射波の複素音圧 $p_r(x,y,t)$ を定式化せよ。(5 点)

(3-2) k_x および k_y は，波数 $k\ (=\omega/c=2\pi/\lambda)$ と $k^2=k_x^2+k_y^2$ の関係がある。k_x および k_y を，k と φ を用いて表せ。導出過程も簡潔に示すこと。(5 点)

(3-3) 音圧の定在波が観測されるのは，x, y 軸いずれの方向であるかを示し，その定在波における腹と節の間隔がどの程度になるかを波長 λ と φ を用いて表せ。(5 点)

(3-4) この音場において，音響インテンシティの方向を示し，その振幅を x, y, A, Z_0, φ の中から必要なものを用いて示せ。A は実数であると仮定して良い。(5 点)



注意： 問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか２問を選択すること。

なお，解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にすること。

〔必答問題〕

問題 III　（40 点）

(III-a)

$x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ は連続時間信号である。なお，t[s] は時刻である。また，$x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ は最大角周波数 Ω_m[rad/s] で帯域制限された信号である。時間領域における標本化間隔を T_s[s] として時刻 $t = nT_s$(n: 整数) で標本化した離散時間信号 $x(nT_s)$ とその数列表現 $x[n]$ の関係は次式で表される。

$$x[n] = x(nT_s)$$

以下の問いに答えよ。

(a1) 数列 $x_1[n]$ が連続時間信号 $x_1(t)$ の持つ全情報を失わないための標本化間隔 T_s の条件と理由を示せ。(5 点)

(a2) 連続時間信号 $x_2(t)$ は周期 T_2[s] の周期信号であり T_s が $x_2(t)$ に対して上問 (a1) の条件を満たしている時，$x_2[n]$ が周期数 N の周期的数列となるために必要な周期 T_2 と T_s の関係を示せ。(5 点)

(a3) 連続時間信号 $x_3(t)$ が次式である時，離散時間信号の数列 $x_3[n]$ を表せ。(5 点)

$$x_3(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{\sqrt{2}T_s}\right)$$

(a4) 上問 (a3) の $x_3[n]$ が周期列となるか上問 (a2) の条件を考慮して示せ。(5 点)

(III-b)

次式に示す離散時間の差分方程式で表される線形時不変システムについて答えよ。

$$y[n] = x[n] - 2r(\cos\theta)x[n-1] + r^2x[n-2]$$

(b1) システムのインパルス応答を求めよ。(5 点)

(b2) このシステムの因果性を述べよ。(5 点)

(b3) 伝達関数 $H(z)$ を求めよ。(5 点)

(b4) システムの極，零点，ならびに収束領域を求めよ。(5 点)

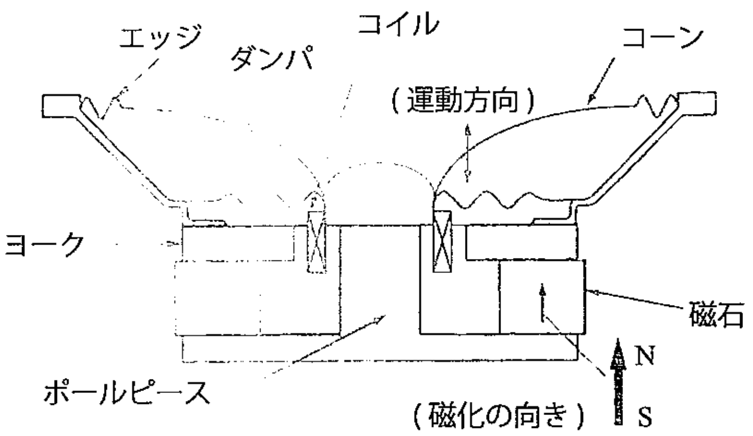
注意：問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか2問を選択すること。

なお，解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にすること。

〔選択問題〕

問題 IV　(40 点)

下図の可動コイル型の動電変換器について，以下の問に答えよ。



(1) ポールピースとヨークの間の空隙の磁束密度が B [T], コイルの巻線の長さが ℓ [m] であるとする。このコイルに交流電流 I [A] を流したとき，図の上下方向に発生する電磁駆動力 F' [N] を求めよ。(6 点)

(2) 上問のように電流 I を流した状態で，振動部分に外部から加えられる力が F [N]，振動部分の機械インピーダンスを z [N·s/m]，振動部分から見た外部のインピーダンスを z_0 [N·s/m]，振動部分の速度を V [m/s] とする。

F, F', z, z_0, V の関係を式で表せ。(8 点)

(3) 巻線の長さ ℓ のコイルが磁束密度 B [T] の磁界内を速度 V [m/s] で動く時に発生する電圧 E' [V] を求めよ。その際，E' が (1) の 電流 I と同位相かどうかを $+$ または $-$ の符号をもちいて明示的に表せ。(8 点)

(4) 上問で求めた電圧 E' [V]，コイルに外部から加えられる電圧を E [V]，コイルを含む電気回路の電気インピーダンスを Z [Ω]，コイルに接続されている外部の回路（たとえばパワーアンプの出力回路）の電気インピーダンスを Z_0 [Ω]，コイルに流れる電流を I [A] とするとき，E, E', Z, Z_0, I の関係を式で表せ。(8 点)

(5) (2) と (4) の結果をもとに，$A \equiv B\ell$ で定義される力係数を用いて，動電変換器全体の，電気系と機械系の関係を表す電気的等価回路を描け。(10 点)

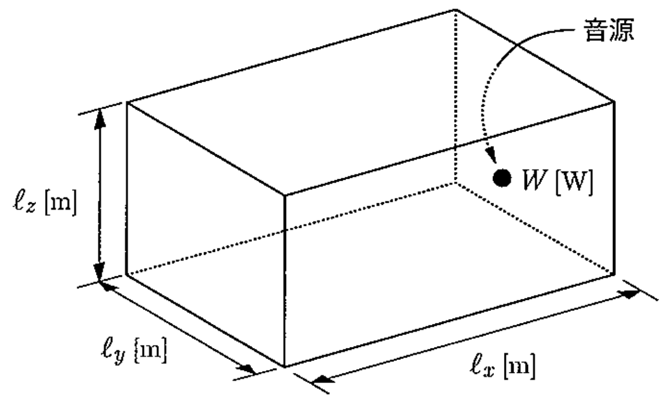
注意： 問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか2問を選択すること。

なお，解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にすること。

〔選択問題〕

問題 V　(40 点)

図に示すように，寸法が ℓ_x, ℓ_y, ℓ_z [m] である矩形の部屋（直方体）に音響出力 W [W] の小さな音源がある。この室内の音場を，幾何的，統計的，波動的に解析することを想定して，以下の問に答えよ。なお，音速を c [m/s] とし，解答においては表面積 $2(\ell_x \times \ell_y + \ell_y \times \ell_z + \ell_z \times \ell_x)$ を S [m^2]，容積 $\ell_x \times \ell_y \times \ell_z$ を V [m^3] と記述して良い。



(1) 音場の様子を幾何的に考える。特に鏡像法の考え方を適用すると，室の形状が矩形であるため，ひとつの像空間にひとつの鏡像音源が存在することになる。音源からインパルス状の音源信号が放射された後の1秒間の間に生じる鏡像音源の概数を与える式を示せ。(5 点)

(2) この室内の響きを幾何的に予測する代表的な手法として，上記の鏡像法と並んで，音線法がある。音線法による響きの予測手法について，その原理や注意点を簡潔に説明せよ。(5 点)

(3) 続いて，簡単のためにこの室内は拡散していると仮定して，音場の響きを統計的に予測することを考える。室内のエネルギー密度を E [J/m^3]，平均吸音率を $\overline{\alpha}$ として，定常状態において室内で成立するエネルギーバランスの式を示せ。(5 点)

(4) 同様に拡散音場を仮定した状況で，室の壁面に，S_1 [m^2] の開口部を設けたときの残響時間が T_1 [s] であった。開口が無い場合の残響時間を，Sabine の残響公式を用いて求め，T_1, S_1 を用いて表せ。(5 点)

(5) 再び開口部のない状況を仮定して，定常状態の音場を波動的に考える。この場合，室内の境界面が剛であると仮定すると，室内の音場における速度ポテンシャルは以下の形式で与えられる。

$$\Phi(x, y, z, t) = A \cos k_x x \cdot \cos k_y y \cdot \cos k_z z \cdot e^{j\omega t}$$

この式において，固有モード関数を表すのはどの部分か示し，固有周波数 f_n [Hz] を求める式を ℓ_x, ℓ_y, ℓ_z を用いて表せ。(10 点)

(6) 任意の周波数 f [Hz] 以下に存在する固有周波数を数える方法について知るところを述べよ。(10 点)

令和6（2024）年度　大学院　修士課程（一般入試）学力検査問題

音響工学・信号処理

注意： 問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか2問を選択すること。

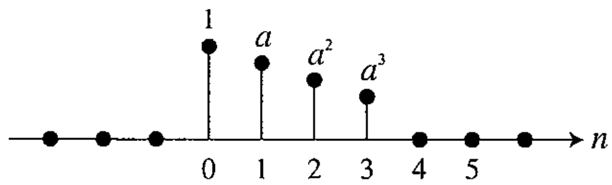
なお，解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にすること。

〔選択問題〕

問題 VI　(40 点)

因果性の安定なディジタルシステムについて，次の各問に答えよ。なお，単位サンプル応答が $h(n)$ のとき，システム関数は $H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) z^{-n}$ により与えられる。

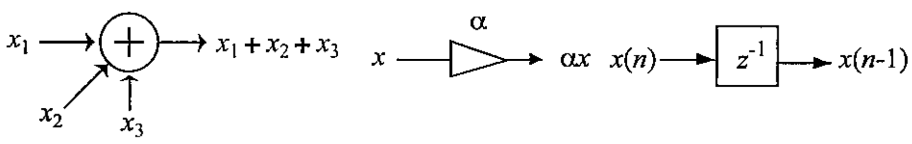
(1) 下図に示す単位サンプル応答 $h(n)$ を，単位サンプル数列 $\delta(n)$ を用いて表せ。なお，定数 a の範囲は $0 < a < 1$ とする。(5 点)



(2) 単位サンプル応答よりシステム関数 $H(z)$ を求めよ。また，極及び零点を z-平面に図示せよ。(10 点)

(3) システムの差分方程式を示せ。(5 点)

(4) 下に示す記号を用いて，システムのブロック図表現を示せ。(5 点)



加算器　　定数倍する乗算器　　単位遅延素子

(5) システム関数 $H(z)$ に対し，逆システム $\hat{H}(z) = 1/H(z)$ を定義する。逆システム $\hat{H}(z)$ は，因果性のシステムとして実現できるものとし，その差分方程式を示せ。(5 点)

(6) 逆システムの単位サンプル応答 $\hat{h}(n)$ を，$0 \le n \le 10$ の範囲について求めよ。(5 点)

(7) 逆システム $\hat{H}(z)$ の安定性について述べよ。(5 点)

令和 6（2024）年度　大学院　修士課程（一般入試）学力検査問題

音響工学・信号処理

注意： 問題 I, II, III は必答問題。さらに選択問題 IV, V, VI, VII のいずれか 2 問を選択すること。

なお, 解答用紙の裏面には解答しないこと。裏面に解答しても採点しません。また各問題ごとに解答用紙を別にすること。

〔選択問題〕

問題 VII　(40 点)

連続時間の信号 $x(t)$ のフーリエ変換 $X(\omega)$ と逆フーリエ変換は，以下のように与えられる。

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt \quad ; \quad x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

ここで，$j = \sqrt{-1}$ である。また，デルタ関数 $\delta(t)$ については以下の性質が知られている。

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ \infty, & t = 0 \end{cases} \quad ; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1 \quad ; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)e^{-j\omega t}dt = 1$$

(1) 以下の関係が成り立つことを説明せよ。(8 点)

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t}d\omega$$

(2) 連続時間の線形時不変システムの周波数応答 $H(\omega)$ を以下に示す。ただし，K と t_0 は正の定数である。

$$H(\omega) = Ke^{-j\omega t_0}$$

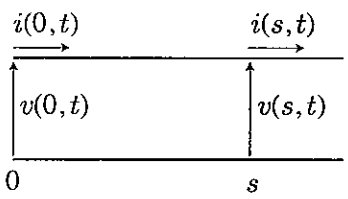
入力信号 $x(t)$ に対するシステムからの出力信号 $y(t)$ を，$x(t)$, K, t_0 を用いて表せ。(8 点)

(3) 周波数応答 $H(\omega)$ の逆フーリエ変換により, インパルス応答 $h(t)$ を求めよ。(8 点)

(4) 下図に示す分布定数線路において，i は電流，v は電圧を表している。定常状態における伝搬定数は,

$$\gamma(\omega) = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

で与えられる。ただし，R は単位長さあたりの直列抵抗，L は直列インダクタンス，G は並列コンダクタンス，C は並列容量である。$L/R = C/G$ が成り立つとき，伝搬定数は $\gamma(\omega) = \alpha + j\omega\beta$ のように表される。



(4-1) 実数のパラメータ α および β を，R, L, G, C を用いてそれぞれ表せ。(8 点)

(4-2) 分布定数線路において，原点位置における電圧を入力，原点から距離 s だけ離れた位置における電圧を出力と考えると，この 2 点間の周波数応答は,

$$H(\omega) = e^{-\gamma(\omega)s}$$

で与えられる。$L/R = C/G$ が成り立つとき，この周波数応答は上問 (2) と同様に $H(\omega) = Ke^{-j\omega t_0}$ の形に帰着する。このとき，K および t_0 を，R, L, G, C, s を用いてそれぞれ表せ。(8 点)