音響工学・信号処理

# 解　答　例



受験番号

**各問題ごとに解答用紙を別にすること。**

問題 I

出題意図：
1 自由度強制振動系の支配方程式の解析法を理解しているかを問うこと。

解答例：
(1)
機械インピーダンスとは，加振力の複素振幅を振動速度の複素振幅で割ったもの。機械振動系に外力を与えたときに，その機械振動系がどのくらい動きづらいのかを表す。その周波数特性。

(2)

$$R + j\left(\omega M - \frac{K}{\omega}\right)$$

(3)

$$f_S(t) = KA\cos(\omega t + \phi)$$
$$f_D(t) = -RA\omega\sin(\omega t + \phi)$$

(4)

$$F_B = A\sqrt{K^2 + R^2\omega^2}$$

(5)

$$\tau = \sqrt{\frac{\omega_0^4 + \gamma^2\omega^2}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2\omega^2}}$$

問題Ⅰ（つづき）

(6)

$$\omega_0^4 + \gamma^2\omega^2 = \left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2\omega^2$$

のとき，$\tau = 1$ となる。上式を整理していくと，

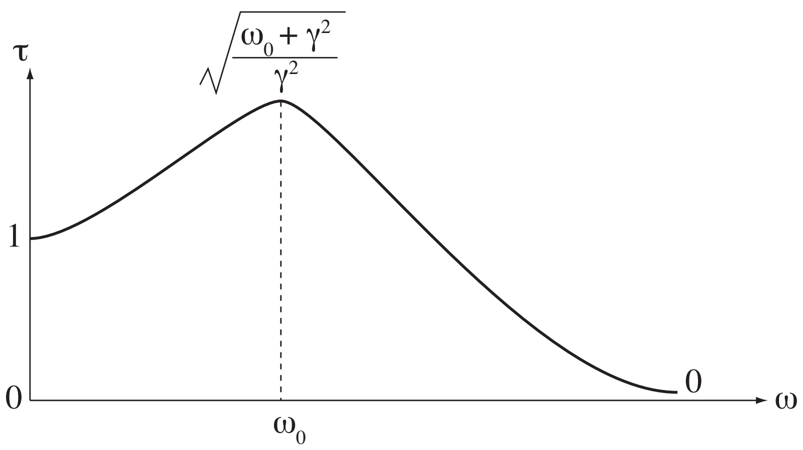
$$\omega_0^2 = \omega^2 - \omega_0^2 \quad \left(\text{ただし}\quad \omega^2 \geq \omega_0^2 \quad \text{のとき}\right)$$
$$\omega^2 = 2\omega_0^2 = 2\frac{K}{M}$$

これより，

$$\frac{K}{M} \leq \frac{\omega^2}{2}$$

となるように調整すれば，$\tau \leq 1$ が実現できる。

(7)



音響工学・信号処理

# 解　答　例



受験番号

各問題ごとに解答用紙を別にすること。

## 問題 II　(40 点)

(1) 音圧レベル SPL は，以下で与えられる。

$$\mathrm{SPL} = 10\log_{10}\left(\frac{0.2/\sqrt{2}}{P_{\mathrm{ref}}^2}\right)^2 = 20\log_{10}\left(\frac{2\times10^{-1}}{2\times10^{-5}}\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 20\log_{10}10^4 - 10\log_{10}2 \approx 80-3 = 77\ \ [\mathrm{dB}]$$

音の強さのレベル IL については，固有音響抵抗 $Z_0$ を 400 と近似して，以下で与えられる。

$$\mathrm{IL} = 10\log_{10}\left(\frac{|p|^2/(2Z_0)}{I_{\mathrm{ref}}}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{0.04/(2\times400)}{1.0\times10^{-12}}\right) = 10\log_{10}\frac{1}{10^{-8}\times2} \approx 80-3 = 77\ \ [\mathrm{dB}]$$

(2) $x$ 軸上で 断面積 S で，$x$ と，$x+dx$ にわたる微小部分を考える。$x=x$ と $x=x+dx$ における圧力の差によって，この微小部分が運動すると考える。この駆動力は，$p(x)S - p(x+dx)S$ で表されるが，この 2 項目をテイラー展開すると，$\left[p(x)+\dfrac{\partial p}{\partial x}dx+\cdots\right]S$ となる。つまり，駆動力は，$-\dfrac{\partial p}{\partial x}\,dxS$ である。この力によって，質量 $\rho_0 Sdx$ が加速度 $\dfrac{du_x}{dt}$ で運動することになる。ここで，加速度については $\dfrac{du_x}{dt}\approx\dfrac{\partial u_x}{\partial t}$ と近似すると，以下の運動方程式が得られる。

$$\frac{\partial p}{\partial x}\,dxS = -\frac{\partial u_x}{\partial t}\rho_0 dxS, \quad \therefore \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_0\frac{\partial u_x}{\partial t} = 0$$

(3) この式から，粒子速度求めると，以下のようになる。

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x}, \ \ \therefore u_x = -\frac{1}{\rho_0}\int_{-\infty}^{t}\frac{\partial p}{\partial x}dt \approx -\frac{1}{\rho_0}\int_{-\infty}^{t}\frac{p(x+\Delta x)-p(x)}{\Delta x}dt$$

つまり，音圧の $x$ に関する偏微分を有限差分で近似し，さらに時間についての積分（測定においては時系列データの加算）を行うことで，粒子速度を求めることができる。なお，偏微分を有限差分で近似するためには，差分である $\Delta x$ が，波長に比べて十分に小さいことが必要であり，この条件を満たさないと誤差が大きくなる。

(4) 垂直入射吸音率 $\alpha_0$ は，材料に平面波が垂直に入射した場合に，入射側に戻らないエネルギーの割合で定義される。例えば入射する音波の振幅を $P_i$，反射する音波の振幅を $P_r$ としたら，$\alpha_0 = 1-|P_r|^2/|P_i|^2$ である。代表的な測定方法は波長に比べて直径（寸法）が十分に小さい音響管内に平面波を入力し，材料の前面において定在波を生じさせる方法である。この場合，定在波の腹の振幅は.$P_i+P_r$ で与えられ，節の振幅は $P_i-P_r$ となることから，両者の比を $n$ と測定すれば，$n=(P_i-P_r)/(P_i+P_r)$，$\therefore |P_r/P_i| = |(1-n)/(1+n)|$ となる。これから，$\alpha_0 = 1-|(1-n)/(1+n)|^2$ と求めることができる。

(5) 自由音場内の小さな音源のパワーレベル PWL と，音源からの距離 $r$ における音圧レベル $L$ は，$L = \mathrm{PWL} - 20\log_{10}r - 11$ という関係がある。距離が $2\,r$ に置かれた同じ PWL の音源による音圧レベル $L'$ は，$L' = PWL - 20\log_{10}(2\,r) - 11 = L - 20\log_{10}2$ である。これら $L$ と $L'$ の加算を考えれば良い。それぞれの音圧実効値を $P,\ P'$ とすると，レベルとの関係及び両者の合成レベル $L_{\mathrm{tot}}$ は以下の通りとなる。

$$P^2 = P_{\mathrm{ref}}^2\cdot10^{L/10}, \ \ P'^2 = P_{\mathrm{ref}}^2\cdot10^{L'/10} = P_{\mathrm{ref}}^2\cdot10^{L/10}\cdot10^{-20\log_{10}2/10} = P_{\mathrm{ref}}^2\cdot10^{L/10}/4$$

$$\therefore P^2+P'^2 = P_{\mathrm{ref}}^2\cdot10^{L/10}(1+1/4), \ \ \therefore L_{\mathrm{tot}} = L + 10\log_{10}(5/4)$$

つまり，$L$ に比べて，$10\log_{10}(5/4)(\approx 0.9691)$ dB 上昇することになる。

| 音響工学・信号処理 | 解　答　例<br>（ １３ 枚中 ４ 枚目 ） | 受 験 番 号 |
|---|---|---|

**各問題ごとに解答用紙を別にすること。**

問題 III　　（40 点）

以下の離散時間信号処理について, 時間領域のみを使い解答せよ。$z$ 領域で解答してはならない。なお, $n$ は時刻を表し, $u[n]$ は以下に示す単位ステップ列である。

$$u[n] = \begin{cases} 0 & (n < 0) \\ 1 & (n \geq 0) \end{cases}$$

また数列 $x[n]$ と $y[n]$ の畳み込みは次式で与えられる。

$$x[n] * y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y[n-k]$$

以下の公式を使用してもよい。なお公式中の $\alpha$ は実数である。

| | |
|---|---|
| $\sum_{n=0}^{N-1} \alpha^n = \begin{cases} \frac{1-\alpha^N}{1-\alpha} & (\alpha \neq 1) \\ N & (\alpha = 1) \end{cases}$ | $\sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n = \frac{1}{1-\alpha} \quad (\lvert\alpha\rvert < 1)$ |
| $\sum_{n=k}^{\infty} \alpha^n = \frac{\alpha^k}{1-\alpha} \quad (\lvert\alpha\rvert < 1)$ | $\sum_{n=0}^{\infty} n\alpha^n = \frac{\alpha}{(1-\alpha)^2} \quad (\lvert\alpha\rvert < 1)$ |

(1) インパルス応答が $h_1[n] = \alpha_1^{n-1}u[n-1]$ である離散時間の線形時不変システムを考える。このシステムが因果的であるか否かを理由とともに示せ。なお $\alpha_1$ は任意の実数である。（10 点）

$n < 0$ においてインパルス応答 $h[n] = 0$ であるためこのシステムは因果的である。

(2) 上問 (1) のシステムの有限入力有限出力安定を $\alpha_1$ を使って説明の過程も含めて示せ。（5 点）

時間領域において有限入力有限出力安定となる条件は

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| < \infty$$

であるから本システムでは

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |\alpha_1^{k-1}u[k-1]| = \sum_{k=1}^{\infty} |\alpha_1^{k-1}|$$

$l = k-1$ とすると

$$\sum_{l=0}^{\infty} |\alpha_1|^l = \frac{1}{1-|\alpha_1|} \quad (|\alpha_1| < 1)$$

故に $|\alpha_1| < 1$ の時は有限入力有限出力安定, $|\alpha_1| \geq 1$ の時は有限入力有限出力不安定である。

問題 III（つづき）

(3) インパルス応答が $h_2[n] = \beta_2^n u[n]$ である離散時間の線形時不変システムを考える。この線形時不変システムに信号 $x_2[n] = \alpha_2^n u[n]$ を入力した場合の出力 $y_2[n]$ を計算過程を含めて示せ。なお $\alpha_2$ と $\beta_2$ は任意の実数である。（10 点）

$$y_2[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_2^k u[k] \beta_2^{n-k} u[n-k]$$

$$u[k]u[n-k] = \begin{cases} 1 & (0 \le k \le n) \\ 0 & (k < 0, k > n)) \end{cases}$$

より

$$y_2[n] = \sum_{k=0}^{n} \alpha_2^k \beta_2^{n-k} = \beta_2^n \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{\alpha_2}{\beta_2}\right)^k$$

公式より

$$y_2[n] = \begin{cases} \beta_2^n \frac{1-\left(\frac{\alpha_2}{\beta_2}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{\alpha_2}{\beta_2}\right)} u[n] & (\alpha_2 \ne \beta_2) \\ \beta_2^n (n+1) u[n] & (\alpha_2 = \beta_2) \end{cases}$$

(4) インパルス応答が $h_3[n] = \alpha_3^{-n} u[-n]$ である離散時間の線形時不変システムを考える。この線形時不変システムに信号 $x_3[n] = \alpha_3^n u[n]$ を入力した場合の $n \le 0$ における出力 $y_3[n]$ を計算過程を含めて示せ。なお $\alpha_3$ は $0 < \alpha_3 < 1$ の実数である。($u[-n]$ に注意すること)（5 点）

$$y_3[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_3[k]h_3[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_3^k u[k] \alpha_3^{-(n-k)} u[-(n-k)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_3^{-n} \alpha_3^{2k} u[k] u[k-n]$$

$n \le 0$ の時

$$u[k]u[k-n] = \begin{cases} 1 & (k \ge 0) \\ 0 & (k < 0)) \end{cases}$$

より公式から

$$y_3[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_3^{-n} \alpha_3^{2k} = \alpha_3^{-n} \sum_{k=0}^{\infty} (\alpha_3^2)^k = \frac{\alpha_3^{-n}}{1-\alpha_3^2}$$

(5) 上問 (4) のシステムと入力において, $n > 0$ における出力 $y_3[n]$ を計算過程を含めて示せ。（5 点）

$n > 0$ の時

$$u[k]u[k-n] = \begin{cases} 1 & (n \le k) \\ 0 & (n > k)) \end{cases}$$

より

$$y_3[n] = \sum_{k=n}^{\infty} \alpha_3^{-n} \alpha_3^{2k} = \alpha_3^{-n} \frac{\alpha_3^{2n}}{1-\alpha_3^2} = \frac{\alpha_3^n}{1-\alpha_3^2}$$

音響工学・信号処理

解　答　例


受 験 番 号

**各問題ごとに解答用紙を別にすること。**

問題 III（つづき）

(6) 上問 (4)(5) のシステムと入力において, 全ての $n$ に対する出力 $y_3[n]$ を 1 つの式で示せ。ただし $n$ について場合分けを使ってはならない。またこのシステムが因果的であるか否かを理由とともに示せ。(5 点)

$$y_3[n] = \frac{\alpha_3^{|n|}}{1-\alpha_3^2}$$

$h_3[n] = \alpha_3^{-n} u[-n]$ であるから $n < 0$ において $h_3[n] \neq 0$　であるためこのシステムは因果的でない。

令和８（2026）年度　大学院　修士課程（一般入試）学力検査問題

| 音響工学・信号処理 | 解　答　例<br>（　１３ 枚中 ７ 枚目　） | 受 験 番 号 |
|---|---|---|

**各問題ごとに解答用紙を別にすること。**

---

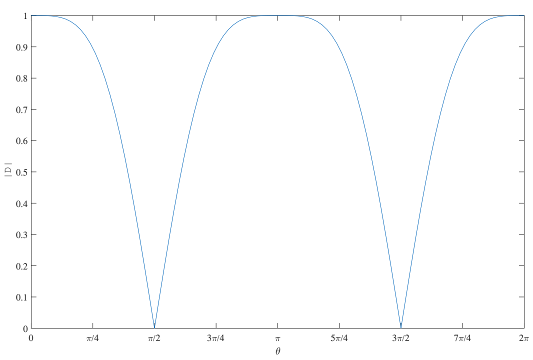
## 問題 IV　(40 点)

(1) $\phi_0(t) = \sqrt{2}KPe^{j\omega t}$

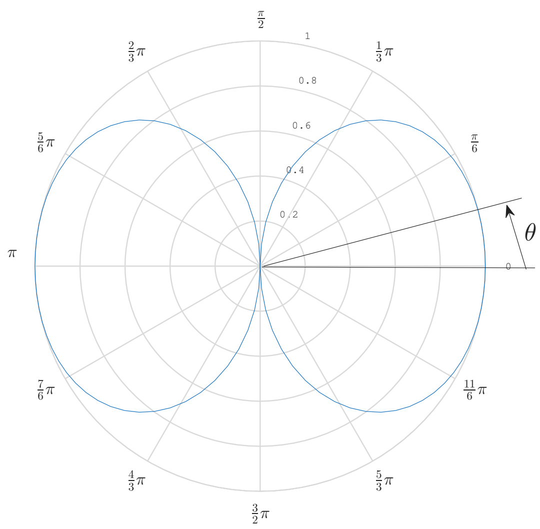
(2) マイクロホン A について，$-\frac{d}{2c}\cos\theta$
マイクロホン B について，$\frac{d}{2c}\cos\theta$

(3) $\phi(t) = \sqrt{2}PK\{e^{j\omega(t+\frac{d\cos\theta}{2c})} - e^{j\omega(t-\frac{d\cos\theta}{2c})}\}$
$= \sqrt{2}PK\{e^{j\omega(t+\frac{kd}{2}\cos\theta)} - e^{j\omega(t-\frac{kd}{2}\cos\theta)}\}$

(4) $|\frac{\phi(t)}{\phi_O(t)}|$
$= |e^{\frac{kd}{2}\cos\theta} - e^{-\frac{kd}{2}\cos\theta}|$
$= |2\sin(\frac{kd}{2}\cos\theta)|$
最大値を 1 に正規化して以下の $D$ を得る
$D = |\sin(\frac{kd}{2}\cos\theta)|$




または,




出題意図:
簡単なマイクロホンアレーの仕組みについて，理解しているかを問うこと。

| 音響工学・信号処理 | 解　答　例<br>（　１３ 枚中 ８ 枚目　） | 受 験 番 号 |
|---|---|---|

**各問題ごとに解答用紙を別にすること。**

## 問題 V

(1) **拡散音場：** 音場内の全ての点でのエネルギー密度が同じ値であり，かつ任意の点においてあらゆる方向から等しい確率で音のエネルギーが到来する音場。
**残響時間：** 音場内へのエネルギーの供給が停止した後，百万分の一まで減衰するまでの時間。レベルでは 60 dB 減衰するまでの時間。

(2) 音場全体の音響エネルギー密度の減衰は常微分方程式 $V\dfrac{dE}{dt} = -\dfrac{Ec}{4}S\overline{\alpha}$ により表される。これを $E$ について解くと，$E(t) = E_0 e^{-\frac{cS\overline{\alpha}}{4V}t}$ が得られる。ここで，$E_0$ は音源停止時刻 $t = 0$ s における音響エネルギー密度である。残響時間は $E(T) = E_0 10^{-6} = E_0 e^{-\frac{cS\overline{\alpha}}{4V}T}$ となる時刻 $T$ により与えられ，$T$ について解くと，Sabine の残響公式

$$T = \frac{24\ln 10}{c}\frac{V}{S\overline{\alpha}} = \frac{KV}{S\overline{\alpha}} \tag{1}$$

が得られる。

## 問題 V(つづき)

(3) 音源停止時刻 $t=0$ s において，室内の音響エネルギー密度 $E_0$ とすると，時刻 $t=t'$ までに音場内各点の音響エネルギー密度は $ct'$ m 伝搬し，その間に平均 $ct'S/4V$ 回反射する。反射一回あたり室内の平均吸音率 $\overline{\alpha}$ の割合のエネルギーが吸収されるので，時刻 $t=t'$ において音場内に残るエネルギーは $E(t')=E_0(1-\overline{\alpha})^{\frac{ct'S}{4V}}=E_0e^{\ln(1-\overline{\alpha})\frac{ct'S}{4V}}$ となる。残響時間は $E(T)=E_0 10^{-6}=E_0e^{\ln(1-\overline{\alpha})\frac{cS}{4V}T}$ となる時刻 $T$ により与えられ，$T$ について解くと，Eyring の残響公式

$$T=\frac{24\ln 10}{c}\frac{V}{-S\ln(1-\overline{\alpha})}=\frac{KV}{-S\ln(1-\overline{\alpha})} \tag{2}$$

が得られる。

(4-1) $2.88=\frac{288}{100}=\frac{8\times 9}{25}$ に留意して，$V/S$ を計算すると，

$$\frac{V}{S}=\frac{8\times 9\times\frac{8\times 9}{25}}{2(8\times 9+8\times\frac{8\times 9}{25}+9\times\frac{8\times 9}{25})} \tag{3}$$

$$=\frac{8\times 9}{2(25+8+9)} \tag{4}$$

$$=\frac{6}{7} \tag{5}$$

また，$K=0.161=\frac{161}{1000}$ より

$$K\frac{V}{S}=\frac{161}{1000}\times\frac{6}{7}=\frac{69}{500} \tag{6}$$

である。

(a) Sabine の残響公式より

$$\overline{\alpha}=\frac{KV}{ST}=\frac{69}{500\times 0.4}=\frac{69}{200}=0.345=:\overline{\alpha}_{\mathrm{S}} \tag{7}$$

(4-2) Eyring の残響公式および与えられた近似式より

$$\overline{\alpha}+\frac{\overline{\alpha}^2}{2}=\frac{KV}{ST}=\frac{69}{500\times 0.4}=\frac{69}{200} \tag{8}$$

これを整理すると，

$$\overline{\alpha}^2+2\overline{\alpha}-\frac{69}{100}=0 \tag{9}$$

を解けばよい。左辺を平方完成して整理すると，

$$(\overline{\alpha}+1)^2-1-\frac{69}{100}=(\overline{\alpha}+1)^2-\frac{169}{100}=(\overline{\alpha}+1)^2-\left(\frac{13}{10}\right)^2 \tag{10}$$

$$=\left(\overline{\alpha}+1+\frac{13}{10}\right)\left(\overline{\alpha}+1-\frac{13}{10}\right) \tag{11}$$

$$=\left(\overline{\alpha}+\frac{23}{10}\right)\left(\overline{\alpha}-\frac{3}{10}\right)=0 \tag{12}$$

$\overline{\alpha}\geqq 0$ より，$\overline{\alpha}=0.3=:\overline{\alpha}_{\mathrm{E}}$ が得られる。

(4-3) Sabine の残響公式により算出された平均吸音率 $\overline{\alpha}_{\mathrm{S}}$ は Eyring の残響公式による値 $\overline{\alpha}_{\mathrm{E}}$ に比べて過大評価されているので，$\overline{\alpha}_{\mathrm{S}}$ により設計を行うと実際の残響時間は 0.4 s よりも理論上短くなる。

## 問題 V(つづき)

(4) はじめに，要求される等価吸音面積は

$$A = \frac{KV}{T} = \frac{161}{1000} \times \frac{100}{46} \times 8 \times 9 \times \frac{8 \times 9}{25} = \frac{7 \times 16 \times 81}{5} \frac{1}{25} = \frac{9072}{125} \tag{13}$$

である。この等価吸音面積を天井吸音により確保できるかは調べれば良い。

(5-1) Sabine の残響公式における等価吸音面積を計算すると

$$A = S_{\mathrm{ceiling}} \alpha_{\mathrm{ceiling}} = 8 \times 9 \times \frac{84}{100} = \frac{8 \times 9 \times 21}{25} = \frac{7560}{125} \tag{14}$$

より，全面吸音材にしても等価吸音面積が不足するため，天井のみ吸音の設計は不可能である。

(5-2) 天井を全面吸音とした場合の平均吸音率は

$$\overline{\alpha} = \frac{8 \times 9}{2(8 \times 9 + (8+9)\frac{8\times 9}{25})} \times \frac{84}{100} \tag{15}$$

$$= \frac{25}{2(25 + 8 + 9)} \times \frac{84}{100} = \frac{1}{4} \tag{16}$$

Eyring の残響公式における等価吸音面積を計算すると

$$A = -S \ln(1 - \overline{\alpha}) = S \left( \overline{\alpha} + \frac{\overline{\alpha}^2}{2} \right) \tag{17}$$

$$= 2(8 \times 9 + (8+9)\frac{8 \times 9}{25}) \times \frac{9}{32} \tag{18}$$

$$= 2 \times 8 \times 9 \times \frac{42}{25} \times \frac{9}{32} \tag{19}$$

$$= \frac{21 \times 81}{25} = \frac{8505}{125} \tag{20}$$

より，天井のみ吸音の設計は不可能である。

音響工学・信号処理

# 解　答　例



受験番号

**各問題ごとに解答用紙を別にすること。**

問題 VI

(1)

$$h(n) = \frac{1}{5}\sum_{i=0}^{4}\delta[n-i]$$

(2)

$$y[n] = \frac{1}{5}\sum_{i=0}^{4}x[n-i]$$

$$y[n-1] = \frac{1}{5}\sum_{i=0}^{4}x[n-i-1]$$

(3)

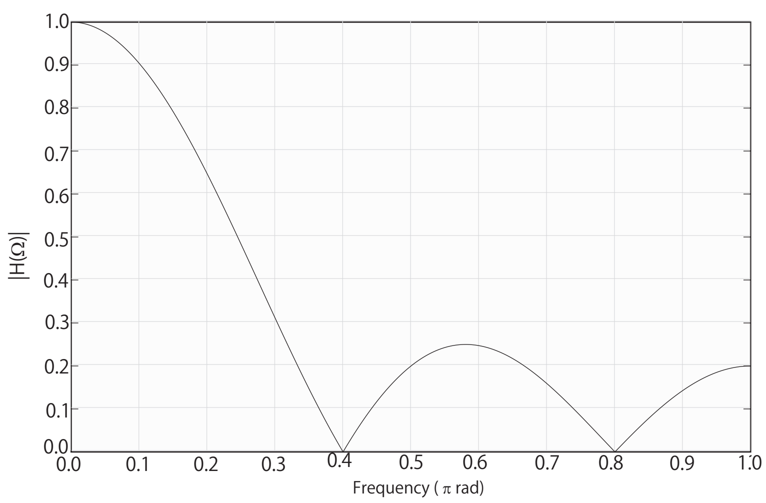
$$H(\Omega) = \frac{1}{5}\left\{1+e^{-j\Omega}+e^{-j2\Omega}+e^{-j3\Omega}+e^{-j4\Omega}\right\}$$

(4)

$$|H(\Omega)| = \frac{1}{5}|1+2\cos 2\Omega+2\cos\Omega|$$

$$\angle H(\Omega) = \begin{cases} -2\Omega \quad , & \text{for } \Omega \le \frac{2}{5}\pi \\ \pi-2\Omega, & \text{for } \frac{2}{5}\pi \le \Omega \le \frac{4}{5}\pi \\ 2\pi-2\Omega, & \text{for } \Omega \ge \frac{4}{5}\pi \end{cases}$$

(5)



音響工学・信号処理

# 解　答　例

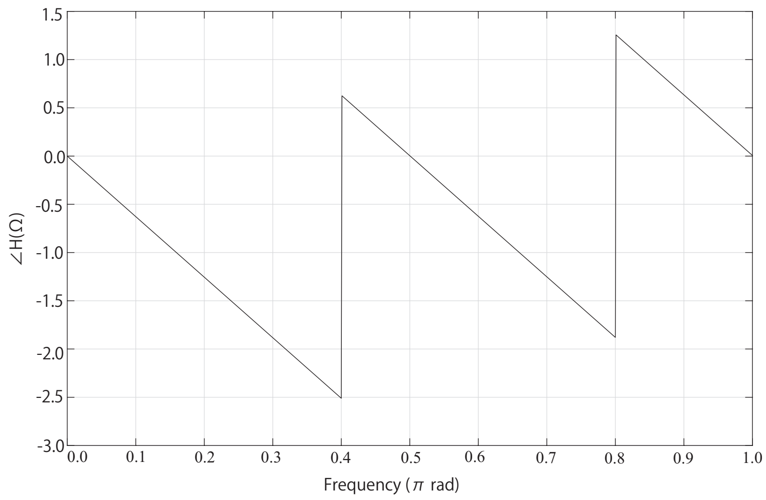


受験番号

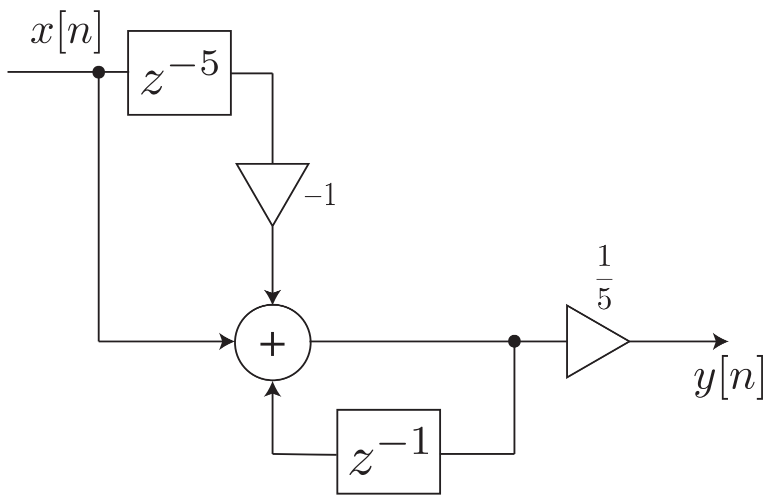
**各問題ごとに解答用紙を別にすること。**

問題 VI（続き)

(6)




(7)



音響工学・信号処理

# 解　答　例



受験番号

**各問題ごとに解答用紙を別にすること。**

問題 VII

(1) $X'(\omega) = e^{-j\omega s}X(\omega)$

(2) $H(\omega) = 1 + ge^{-j\omega T}$

(3) $\phi(t) = (1+g^2)\delta(t) + g\{\delta(t-T) + \delta(t+T)\}$

(4) 0

(5)

$$
\begin{aligned}
|H(\omega)| &= 2\left|\cos\left(\frac{\omega T}{2}\right)\right| \\
\angle H(\omega) &= -\frac{\omega T}{2} \qquad (0 \le \omega < \frac{\pi}{T}) \\
&= -\frac{\omega T}{2} + \pi \qquad (\frac{\pi}{T} < \omega < \frac{3\pi}{T}) \\
&= -\frac{\omega T}{2} + 2\pi \qquad (\frac{3\pi}{T} < \omega \le \frac{4\pi}{T})
\end{aligned}
$$

令和８（2026）年度　大学院　修士課程（一般入試）学力検査問題

音響工学・信号処理

# 出題意図

## 問題 I

1 自由度強制振動系の支配方程式の解析法を理解しているかを問うこと。

## 問題 II

媒質中を伝搬する音波について，その特徴を表す用語を理解しているか，数式で表現することができるか，さらに数値的に取り扱うことができるかを問う問題である。

## 問題 III

修士課程における研究に必要な信号処理の基礎的な知識を問う。

## 問題 IV

簡単なマイクロホンアレーの仕組みについて，理解しているかを問うこと。

## 問題 V

室内音響学の基礎的な公式について，導出過程を端的に説明できること，また正しく運用して結果を評価する能力を問う問題である。

## 問題 VI

修士課程における研究に必要なディジタル信号処理の基礎的な知識を問う。

## 問題 VII

修士課程における研究に必要な音響信号処理の基礎的な知識を問う。